Formelsammlung TM 2 : Kinematik/Kinetik

Kinematik des Punktes

Ortsvektor	Geschwindigkeitsvektor	Beschleunigungsvektor
$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$	$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}$	$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$

Vorgehensweise:
- Koordinaten x(t), y(t) über Strecken ausdrücken (Ortsvektor)
- Kinematische Größen: $x = v\,t$ oder $\varphi = \omega\,t$ einbeziehen
- Unbekannte durch bekannte Strecken ausdrücken
- Mathem. Zusammenhang d. ges. u. bekannten Größen (sin, Pythagoras, ...)
- 1. x ableiten der Komponenten $\rightarrow \dot{x}(t), \dot{y}(t)$ (Geschwindigkeitsvektor)
- 2. x ableiten der Komponenten $\rightarrow \ddot{x}(t), \ddot{y}(t)$ (Beschleunigungsvektorvektor)

Kinematik starrer Körper

Geschwindigkeiten	$v = r\ \omega$	$\omega = 2\pi\ n$	$\vec{v} = \vec{v}_{trans} + \vec{v}_{rot}$
Beschleunigungen	$a_n = v^2/r = \omega^2\ r$	$a_t = \alpha\ r$	$\vec{a} = \vec{a}_{n,\,trans} + \vec{a}_{t,\,trans} + \vec{a}_{n,\,rot} + \vec{a}_{t,\,rot}$

Relativbewegung

Geschwindigkeiten	$\vec{v}_{ges} = \vec{v}_f + \vec{v}_{rel}$	$v_f = r\ \omega_f$
Beschleunigungen	$\vec{a}_{ges} = \vec{a}_{n,\,f} + \vec{a}_{t,\,f} + \vec{a}_{n,\,rel} + \vec{a}_{t,\,rel} + \vec{a}_C$	$a_C = 2\ \omega_f\, v_{rel}$

Hinweis : Vektor $\vec{a}_C$ steht senkrecht auf $\vec{v}_{rel}$, d.h. Drehung um 90° in Richtung ω_f

Kinetik starrer Körper

Das Prinzip von d'Alembert: $\boxed{\Sigma F_i - m\,a = 0}$ (lineare Bewegung)

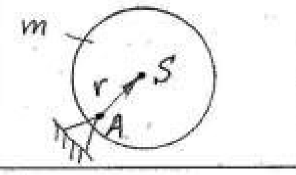
(Anwendung, wenn nach Beschleunigungen oder zeitlichen Verläufen von Größen gesucht wird.)

Vorgehensweise:
- Koordinaten x, y, φ je Teilsystem festlegen
- Freischneiden der starren Körper von allen Bindungen
- Antragen der Kräfte und Momente [a) Eingeprägte Kräfte und Momente, b) Schnittkräfte mit Haft- und Reibkräften, c) Trägheitskräfte u. –momente]
- Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen je Teilsystem
- Massenträgheitsmomente ersetzen: (z.B.: $J = ½\, m\, r^2$)
- Einsetzen der Kinematischen Zwangsbedingungen (z.B.: $\ddot{x} = r\,\ddot{\varphi}$) $\rightarrow \ddot{x} = ...$
- Ggf. Integration des Beschleunigungsgesetzes $\rightarrow \dot{x} = ...$ und $\rightarrow x = ...$

Massenträgheitsmoment

Satz von Steiner:

$\boxed{J_A = J_S + m r^2}$



Zylinder oder Kreisscheibe	$J_S = ½\, m\, r^2$
Dünner Stab	$J_S = 1/12\, m\, l^2$

Energiesatz: $\boxed{\Sigma W_{①} + \Sigma W_{An} - \Sigma W_{Verlust} = \Sigma W_{②}}$

(Anwendung, bei Fragen nach Wegen oder Geschwindigkeiten in den zwei betrachteten Zuständen)

Vorgehensweise:
- Definition von zwei betrachteten Zuständen
- Festlegen der Nullpotentiallinie
- Aufstellen der Energiebilanz
- kinematischen Zwangsbedingungen einsetzen
- $\rightarrow$ Geschwindigkeits-Weg-Gesetz

Energieformen:

$W_{an} = M\,\varphi$

$W_{pot} = m\,g\,h$

$W_{kin,\,trans} = ½\, m\, v^2$

$W_{Feder} = ½\, c\, s^2$

$W_{Reibung} = F_N\, \mu\, s$

$W_{kin,\,rot} = ½\, J\, \omega^2$

Gerader zentrischer Stoß:	$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$	$k = (u_1 - u_2)/(v_2 - v_1)$
Schiefer zentrischer Stoß:	$m_1 v_{1,x} + m_2 v_{2,x} = m_1 u_{1,x} + m_2 u_{2,x}$ $k = (u_{1,x} - u_{2,x})/(v_{2,x} - v_{1,x})$	$u_{1,y} = v_{1,y}$ $u_{2,y} = v_{2,y}$